

НАУКИ О ЗЕМЛЕ

ЭЛЕКТРОТЕЛЛУРИЧЕСКИЙ ПРЕДВЕСТНИК ТЕКТОНИЧЕСКОГО ЗЕМЛЕТРЯСЕНИЯ

Добровольский И. П.
© 2017 г.

English version: Dobrovolsky I. P. (2017) The Precursor of Tectonic Earthquake in Telluric Current. Open Access Library Journal, 4: e3488.
<https://doi.org/10.4236/oalib.1103488>

На базе основных уравнений геоэлектрики и теории подготовки тектонического землетрясения проведён расчёт предвестника землетрясения в теллурическом токе. Результаты не противоречат данным полевых наблюдений. Существенным является методическое значение работы.

Ключевые слова: решение уравнения геоэлектрики, деформация при подготовке землетрясения.

1. ВВЕДЕНИЕ

Полевые наблюдения электротеллурических предвестников тектонического землетрясения являются частью общих наблюдений за теллурическими токами и проводятся давно. Однако сколь угодно серьёзных теоретических работ по этой тематике до сих пор нет. Для того чтобы провести расчёт такого предвестника землетрясения нужны две составляющие: уравнения геоэлектрики и эффективная теория подготовки тектонического землетрясения. Уравнения геоэлектрики являются следствием уравнений Максвелла и соответствующих материальных уравнений. Эти сведения широко известны и вошли в десятки учебников и справочников. Теория подготовки была построена позже [1,2] и мало используется при анализе процессов подготовки.

Настоящая статья ликвидирует этот пробел. Работа имеет двойную цель – получить реальные оценки предвестникового эффекта в теллурических токах и решить соответствующие методические вопросы.

Математические выкладки и вычисления производятся в системе СИ.

2. ОСНОВНОЕ УРАВНЕНИЕ ГЕОЭЛЕКТРИКИ

Основное уравнение геоэлектрики основывается на уравнении непрерывности, которое является следствием уравнений Максвелла, но может быть выведено независимо. Уравнение непрерывности имеет вид

$$\operatorname{div} \mathbf{j} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0 \quad (2.1)$$

где \mathbf{j} – плотность тока, А/м², ρ – объёмная плотность электрических зарядов, Кл/м³; t – время, с.

Далее используется закон Ома, в котором напряжённость электрического поля выражается через потенциал, т. е.

$$\mathbf{j} = \sigma \mathbf{E} \quad \text{или} \quad \mathbf{j} = -\sigma \operatorname{grad} V \quad (2.2)$$

где \mathbf{E} – напряжённость электрического поля, В/м; σ – удельная электрическая проводимость, См/м; V – потенциал, В.

Внося второе уравнение (2.2) в (2.1), получаем известное уравнение геоэлектрики для *стационарного* тока в форме

$$\sigma \nabla^2 V + \operatorname{grad} \sigma \cdot \operatorname{grad} V = 0 \quad (2.3)$$

где ∇ – набла-оператор, точка – знак скалярного произведения.

3. ИЗМЕНЕНИЕ ЭЛЕКТРОПРОВОДНОСТИ ПРИ ПОДГОТОВКЕ ЗЕМЛЕТРЯСЕНИЯ

Деформирование среды вызывает изменение электропроводности. Примем, что изменение электропроводности пропорционально объёмной деформации

$$\Delta \sigma = -\bar{\sigma} \gamma \quad (3.1)$$

где γ – объёмная деформация, $\bar{\sigma}$ – коэффициент пропорциональности.

Знак «минус» в (3.1) отражает следующее предположение: при положительной деформации объём элемента среды увеличивается, что должно уменьшать электропроводность. В этом случае $\bar{\sigma}$ положительно.

Процесс подготовки тектонического землетрясения состоит в формировании неоднородности свойств в недрах напряжённой Земли [2]. Он всегда сопровождается деформированием среды. Будем рассматривать задачу в декартовых координатах (x, y, z) в полупространстве $z \geq 0$. Примем неоднородность в форме шара. В этих условиях объёмная деформация среды выражается формулой [2]

$$\gamma = \frac{\alpha\tau R^3(1-2\nu)}{\mu(1-\nu)} xy \left[\left(\frac{1}{r_1^5} \right) \delta_e + \frac{3-4\nu}{r_2^5} - \frac{10H(z+H)}{r_2^7} + 2R^2 \left(\frac{7(z+H)^2}{r_2^9} - \frac{1}{r_2^7} \right) \right] \quad (3.2)$$

где R – радиус шаровой неоднородности, μ – модуль сдвига вне неоднородности, α – относительное изменение модуля сдвига в неоднородности, τ – сдвиговые напряжения на бесконечности, H – глубина центра неоднородности, ν – коэффициент Пуассона, который принимается постоянным во всём полупространстве; δ_e – характеристическая

функция области вне неоднородности ($\delta_e = 1$ вне неоднородности и $\delta_e = 0$ внутри неоднородности), $r_{1,2} = \sqrt{x^2 + y^2 + (z \mp H)^2}$; касательные напряжения τ направлены по осям (x, y) .

Принимая $\nu = 1/4$, из (3.1) и (3.2) получаем

$$\Delta\sigma = -\frac{2\alpha\tau R^3\bar{\sigma}}{3\mu} \varepsilon = -\frac{2\alpha\tau R^3\bar{\sigma}}{3\mu} xy \left[\left(\frac{1}{r_1^5} \right) \delta_e + \frac{2}{r_2^5} - \frac{10H(z+H)}{r_2^7} + 2R^2 \left(\frac{7(z+H)^2}{r_2^9} - \frac{1}{r_2^7} \right) \right] \quad (3.3)$$

где обозначение ε – очевидно.

Радиус шара принимает максимальное значение перед землетрясением

$$R_{\max} = 10^{0.414M+1.304} \text{ м} \quad (3.4)$$

где M – магнитуда будущего землетрясения. Очевидно $H \geq R_{\max}$.

4. ПОСТАНОВКА И РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ

Мы рассматриваем в полупространстве $z \geq 0$ две задачи. В первой – описывается стационарный теллурический ток в асейсмичном состоянии. Во второй – начальная электропроводность среды нарушается процессом подготовки землетрясения и, следовательно, происходит перераспределение стационарного теллурического тока. Разность решений этих задач является предвестником землетрясения в теллурическом токе. Граничные условия в обеих задачах одинаковы.

Мы предполагаем, что в первой задаче среда по электропроводности однородна, $\sigma(x, y, z) = \sigma_0 = \text{const}$, и в среде течёт однородный ток $\mathbf{j}_0 = \{j_0, 0, 0\} = \text{const}$. На поверхности полупространства принято условие непротекания тока в атмосферу. Такая задача, исходя из (2.3), описывается системой уравнений для потенциала $\varphi(x, y, z)$

$$\begin{aligned} \nabla^2\varphi &= 0 \\ \mathbf{j}(\pm\infty, \pm\infty, z) &= \mathbf{j}_0 = \{j_0, 0, 0\} = \text{const} \quad (4.1) \\ \frac{\partial\varphi(x, y, 0)}{\partial z} &= 0 \end{aligned}$$

Система (4.1) имеет очевидное решение

$$\varphi = -\frac{j_0}{\sigma_0} x \quad (4.2)$$

При подготовке землетрясения электропроводность среды изменяется на величину, определяемую формулой (3.3), и становится

$$\sigma_e = \sigma_0 + \Delta\sigma \quad (4.3)$$

Предвестниковые деформации, возникающие в период подготовки землетрясения, имеют небольшую величину. По данным полевых наблюдений [4] максимальная величина составляет 10^{-4} в будущей очаговой области и убывает с расстоянием. Поэтому $|\Delta\sigma| \ll \sigma_0$. Таким образом, потенциал в период подготовки землетрясения определяется системой

$$\begin{aligned} \sigma_e \nabla^2\psi + \text{grad } \Delta\sigma \cdot \text{grad } \psi &= 0 \\ \mathbf{j}(\pm\infty, \pm\infty, z) &= \mathbf{j}_0 = \{j_0, 0, 0\} = \text{const} \quad (4.4) \\ \frac{\partial\psi(x, y, 0)}{\partial z} &= 0 \end{aligned}$$

Если обозначить $q = \psi - \varphi$, то для q имеем систему

$$\begin{aligned} \sigma_e \nabla^2 q + \text{grad } \Delta\sigma \cdot \text{grad } \varphi + \text{grad } \Delta\sigma \cdot \text{grad } q &= 0 \\ \mathbf{j}(\pm\infty, \pm\infty, z) &= 0 \\ \frac{\partial q(x, y, 0)}{\partial z} &= 0 \end{aligned} \quad (4.5)$$

Рассмотрим, также, для полупространства $z \geq 0$ задачу

$$\begin{aligned} \nabla^2 G &= \delta(x - \xi, y - \eta, z - \zeta) \\ \frac{\partial G(x, y, 0, \xi, \eta, \zeta)}{\partial z} &= 0 \end{aligned} \quad (4.6)$$

где δ – дельта-функция.

Её решением будет функция Грина

$$G(x, y, z, \xi, \eta, \zeta) = \frac{F(x, y, z, \xi, \eta, \zeta)}{4\pi} = \frac{1}{4\pi} \left(\frac{1}{\sqrt{(x-\xi)^2 + (y-\eta)^2 + (z-\zeta)^2}} + \frac{1}{\sqrt{(x-\xi)^2 + (y-\eta)^2 + (z+\zeta)^2}} \right) \quad (4.7)$$

Перепишем первое уравнение (4.5), приняв во внимание (4.2)

$$\nabla^2 q + \frac{1}{\sigma_e} \text{grad } \Delta\sigma \cdot \text{grad } q = \frac{j_0}{\sigma_0 \sigma_e} \frac{\partial(\Delta\sigma)}{\partial x} \quad (4.8)$$

Таким образом, система (4.5), (4.8) ввиду (4.6), (4.7) эквивалентна [2] интегро-дифференциальному уравнению II рода

$$q(x, y, z) + \iiint_{z \geq 0} \frac{G(x, y, z, \xi, \eta, \zeta)}{\sigma_0 + \Delta\sigma} \text{grad } \Delta\sigma \cdot \text{grad } q \, dv(\xi, \eta, \zeta) = \frac{j_0}{\sigma_0} \iiint_{z \geq 0} \frac{G(x, y, z, \xi, \eta, \zeta)}{\sigma_0 + \Delta\sigma} \frac{\partial(\Delta\sigma(\xi, \eta, \zeta))}{\partial \xi} \, dv(\xi, \eta, \zeta) \quad (4.9)$$

Поскольку $|\Delta\sigma| \ll \sigma_0$, то пренебрегая $\Delta\sigma$ по сравнению с σ_0 , из (4.9) получим несколько более простое уравнение

$$q(x, y, z) + \frac{1}{\sigma_0} \iiint_{z \geq 0} G(x, y, z, \xi, \eta, \zeta) \text{grad } \Delta\sigma \cdot \text{grad } q \, dv(\xi, \eta, \zeta) = \frac{j_0}{\sigma_0^2} \iiint_{z \geq 0} G(x, y, z, \xi, \eta, \zeta) \frac{\partial(\Delta\sigma(\xi, \eta, \zeta))}{\partial \xi} \, dv(\xi, \eta, \zeta) \quad (4.10)$$

Уравнения (4.9) и (4.10) сложны, и нет надежды получить их точное решение. Однако поскольку нас интересуют лишь оценки искомой

функции, и, кроме того, в (4.9) и (4.10) имеется малый параметр $|\Delta\sigma/\sigma_0| \ll 1$, то мы в решении (4.10) ограничимся нулевым приближением, полагая

$$q(x, y, z) = \frac{j_0}{\sigma_0^2} \iiint_{z \geq 0} G(x, y, z, \xi, \eta, \zeta) \frac{\partial(\Delta\sigma(\xi, \eta, \zeta))}{\partial \xi} \, dv(\xi, \eta, \zeta) \quad (4.11)$$

Теперь задача состоит в вычислении интеграла (4.11). Если в (4.11) совершить интегрирование по частям по ξ , то получим после преобразований

$$q(x, y, z) = -\frac{j_0}{4\pi\sigma_0^2} \iiint_{z \geq 0} \frac{\partial F(x, y, z, \xi, \eta, \zeta)}{\partial \xi} \Delta\sigma(\xi, \eta, \zeta) \, dv(\xi, \eta, \zeta) \quad (4.12)$$

Вносим в (4.12) значение $\Delta\sigma$ из (3.3)

$$q(x, y, z) = \frac{\alpha\tau\bar{j}_0}{6\pi\mu\sigma_0^2} \iiint_{z \geq 0} \frac{\partial F(x, y, z, \xi, \eta, \zeta)}{\partial \xi} R^3 \varepsilon(\xi, \eta, \zeta) \, dv(\xi, \eta, \zeta) \quad (4.13)$$

Введём в (4.13) безразмерные внешние координаты $(u, v, w) = (x/R, y/R, z/R)$ и произведём замену переменных интегрирования $(\xi, \eta, \zeta) = (\alpha, \beta, \chi) = (\xi/R, \eta/R, \zeta/R)$. Вторая цепочка равенств означает, что мы вводим новые

переменные и тут же обозначаем их старыми буквами. Поскольку речь идёт о переменных интегрирования, то такая операция не вносит путаницы в окончательный результат. Так как практическое значение имеют сведения на поверхности Земли, то мы полагаем $w = 0$ ($z = 0$). В результате (4.13) получает вид

$$q(u, v, 0) = \frac{\alpha\tau\bar{j}_0 R}{3\pi\mu\sigma_0^2} \iiint_{z \geq 0} f(u, v, \xi, \eta, \zeta) \varepsilon(\xi, \eta, \zeta) \, dv(\xi, \eta, \zeta) \quad (4.14)$$

где

$$f(u, v, \xi, \eta, \zeta) = \frac{u - \xi}{((\xi - u)^2 + (\eta - v)^2 + \zeta^2)^{3/2}}$$

$$\varepsilon = \xi \eta \left(\frac{\delta_e}{\rho_1^5} + \frac{2}{\rho_2^5} - \frac{10h(\zeta - h) + 2}{\rho_2^7} + \frac{14(\zeta + h)^2}{\rho_2^9} \right)$$

$$\rho_{1,2} = \sqrt{\xi^2 + \eta^2 + (\zeta \mp h)^2} = H/R \geq 1$$

Интеграл (4.14) в точке $(\xi = u, \eta = v, \zeta = 0)$ имеет особенность, от которой несложно избавиться. Делаем замену переменных интегрирования $(\alpha = \xi - u, \beta = \eta - v, \zeta = \zeta)$ и в новых переменных переходим к сферической системе $\alpha = \rho \sin \theta \cos \varphi, \beta = \rho \sin \theta \sin \varphi, \zeta = \rho \cos \theta$, где элемент объёма $dv = \rho^2 \sin \theta d\varphi d\theta d\rho$. Также будем рассматривать поверхностное землетрясения при $h=1$, когда эффект будет максимальным. Для быстрого приближённого вычисления интеграла в (4.14) имеется ещё одно препятствие: характеристическая функция δ_e делает подынтегральную

функцию разрывной. Обойти эту неприятность допустимо двумя путями. Во-первых, можно производить вычисление в двух областях, но это существенно увеличивает громоздкость вычислений. Во-вторых, аппроксимировать функцию δ_e гладкой функцией. Мы пойдём вторым путём. Очевидно

$$1 - \exp(-\rho_1^n) \rightarrow \delta_e \quad \text{при } n \rightarrow \infty \quad (4.15)$$

Мы будем пользоваться приближением (4.15) при $n = 30$.

В результате интеграл из (4.14) получает вид

$$\omega = \int_0^\infty \int_0^{\pi/2} \int_{-\pi}^\pi \Phi \cdot \chi \cdot E \, d\varphi d\theta d\rho \quad (4.16)$$

где

$$\Phi = -\cos \varphi (\sin \theta)^2$$

$$\chi = \xi \eta = 0.5 \rho^2 (\sin \theta)^2 \sin 2\varphi + \rho \sin \theta (v \cos \varphi + u \sin \varphi) + uv$$

$$E = \frac{1 - \exp(-\rho_1^{30})}{\rho_1^5} + \frac{2}{\rho_1^5} - \frac{10\rho \cos \theta + 8}{\rho_1^7} + \frac{14(\rho \cos \theta + 1)^2}{\rho_1^9}$$

$$\rho_{1,2} = \sqrt{u^2 + v^2 + 1 + \rho^2 + 2\rho(u \cos \varphi \sin \theta + v \sin \varphi \sin \theta)}$$

По существу, (4.16) вводит безразмерную функцию, и мы имеем соотношение

$$q(u, v, 0) = \frac{\alpha \tau \bar{\sigma}_0 R}{3\pi \mu \sigma_0^2} \omega(u, v) \quad (4.17)$$

Изолинии функции ω приведены на рис. 1, и они дают наглядное представление об изменениях потенциала в связи с подготовкой землетрясения.

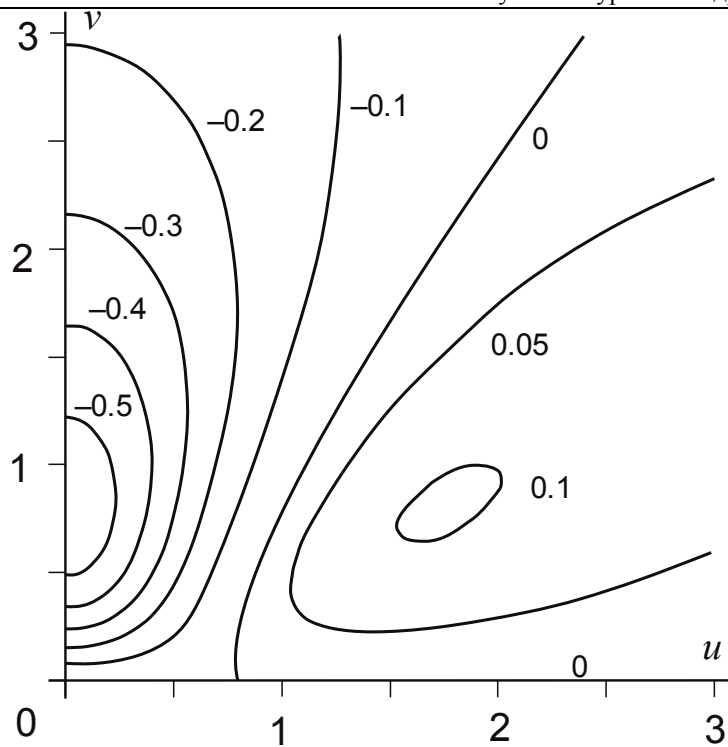


Рис. 1. Изолинии безразмерного предвестникового потенциала ω в первом квадранте.

5. РЕЗУЛЬТАТЫ И ВЫВОДЫ

С помощью формул (4.16), (4.17) и рисунка изолиний можно провести конкретные числовые оценки эффекта. Но сначала имеет смысл преобразовать формулу (4.17) так, чтобы для разных землетрясений производить сравнение в сопоставимых единицах. Пусть мы измерили $\Delta\omega$ на безразмерной базе $\Delta\rho$. Тогда, если разделить Δq на $R\Delta\rho$ и умножить на 1000, то мы получим Δq в В/км:

$$\Delta q = \frac{1000\alpha\tau\bar{\sigma}j_0}{3\pi\mu\sigma_0^2\Delta\rho} \Delta\omega \text{ В/км} \quad (5.1)$$

Из формулы (5.1) следует интересный вывод – величина эффекта не зависит от магнитуды будущего землетрясения (при прочих равных условиях).

Теперь следует оценить коэффициент $\bar{\sigma}$ из формулы (3.1). Он, конечно, должен определяться из экспериментов, но можно предложить и другой, достаточно общий подход. В книге [3] разными авторами утверждается, что изменение проводимости при подготовке землетрясения не превышает 20%. В [4] сказано, что по эмпирическим данным максимальная предвестниковая деформация не превышает 10^{-4} , и это совпадает с расчётами по формуле (3.3). Учитывая эти сведения полагаем

$$\bar{\sigma} = 1000k\sigma_0 \quad (5.2)$$

По этой формуле при $k = 1$ в зоне максимальной деформации получаем изменение проводимости на 10%. Варьируя k , можно получить любые другие значения, но k не должно превышать 3. В результате из (5.1) и (5.2) имеем

$$\Delta q = \frac{10^6\alpha\tau k j_0}{3\pi\mu\sigma_0\Delta\rho} \Delta\omega \text{ В/км} \quad (5.3)$$

Анализ показывает, что максимальное значение $\Delta\omega = 0.14$ достигается на базе $\Delta\rho = 0.1$. Для оценочного расчёта принимаем: $\alpha = 0.1$, $\tau = 10^8$ Па, $\mu = 2 \cdot 10^{10}$ Па, $k=1$, $j_0 = 2 \cdot 10^{-6}$ А/м², $\sigma_0 = 0.01$ См/м. В результате получаем $\Delta q = 15$ мВ/км. К этому полезно напомнить, что электропроводность вообще меняется в весьма широких пределах: $10^3 - 10^{-7}$ См/м. Читателю несложно провести расчёт с любым другим набором параметров. В целом можно считать, что обнаружение предвестников тектонического землетрясения в теллурическом токе не является безнадёжным делом, а настоящая работа даёт возможность провести количественную оценку ожидаемых результатов.

6. БЛАГОДАРНОСТЬ

Автор приносит искреннюю благодарность Е. Ю. Соколовой, сообщившей автору немало фактических сведений об исследованиях в области электротеллурики.

Список литературы

1. Dobrovolsky I. P., Zubkov S. I. and Miachkin V. I. Estimation of the sizes of earthquake preparation zones. Pageoph, 1979, v. 117. P. 1025–1044.
2. Добровольский И. П. Математическая теория подготовки и прогноза тектонического землетрясения. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2009, 240с.
3. Рикитаке Т. Предсказание землетрясений. М.: Мир, 1979. 390 с.
4. Касахара К. Механика землетрясений. М.: Мир, 1985. 264 с.